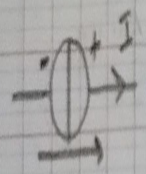
الثنائيات القطب:

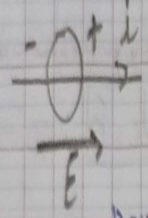
النشطة:

مولد

م. تيار ثابت

م. توتر ثابت



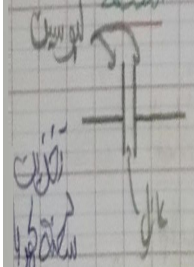


- توتر ثابت
- تيار متغير

- توتر متغير
- تيار ثابت

الخاملة:

المكثفة



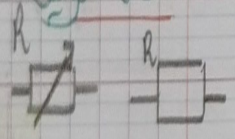
$q = C \cdot U_C$

q: قيمة الشحنة (C)

C: سعة المكثفة (F) (فارادي)

U_C: التوتر على طرفي المكثفة (V)

الناقل الأومي



$U_R = R \cdot i$

U_R: التوتر على طرفي المقاومة (V)

i: شدة التيار الكهربائي (A)

R: شدة المقاومة (Ω)

أطوار الكهربائية

جدول الوحدة:

الدارة RC	الدارة RL
شحن وتفريغ مكثفة	سلوك الوشيعة عند التوتر على وفتح الدارة.
المعادلات التفاضلية	المعادلات التفاضلية والحلول الزمنية
المعادلات الزمنية	تطور المقادير U_L - U_R - $i(t)$
تطور المقادير: $i(t)$ - U_R - U_C	
طاقة المكثفة	الطاقة المخزنة في الوشيعة.

الأساسيات

التيار الكهربائي: هو الحركة الإجمالية للإلكترونات في الدارة:

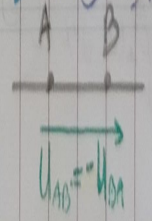
$i = \frac{dq}{dt}$ ← (C) ← (S)

i: (A)

$I = \frac{Q}{\Delta t}$ ثابت

التوتر الكهربائي: هو الفرق في الحالة الكهربائية بين قطبي ناقل.

(في المولد: $U = E$ قوة محركة كهربائية)



ما الدور الذي تلعبه الحقنة المشحونة كليا؟

تلعب دور قاطعة مفتوحة حيث لما $U_c = E$ لا تنعدم شدة التيار الكهربائي بسبب توقف انتقال e في الدار

القطب RC :

التفسير المجهري :

الشحنة في (A) : (ع. الشحن) :

يقوم القطب ⊕ بجمع الإلكترونات من اللبوس المجاور له ويجمعها في اللبوس الآخر هذه العملية تستمر بوتيرة غير ثابتة وتنتهي : $\boxed{U_c = E}$.

الشحنة (B) : (ع. التفريغ) :

تتدفق الإلكترونات تلقائيا من اللبوس ⊖ نحو اللبوس ⊕ وتنتهي العملية عندما يصبح $\boxed{U_c = 0}$

(تيار التفريغ عكس تيار الشحن)

المعادلات التفاضلية :

بدلالة التوتر U_c :

حسب قانون التوترات :

(ت. الشحن) :

$$U_c + U_{R_1} = E \Rightarrow U_c + R_1 \cdot i = E$$

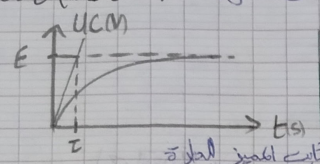
$$U_c + R_1 \cdot \frac{dq}{dt} = E \Rightarrow U_c + R_1 \cdot \frac{d\,C \cdot U_c}{dt} = E$$

$$U_c + R_1 C \frac{dU_c}{dt} = E \Rightarrow \frac{1}{R_1 C} U_c + \frac{dU_c}{dt} = \frac{E}{R_1 C}$$

وبما أن $\tau = R_1 C$ فإن :

$$\boxed{\frac{1}{\tau} U_c + \frac{dU_c}{dt} = \frac{E}{\tau}}$$

حل هذه المعادلة من الشكل : $U_c = E(1 - e^{-t/\tau})$



$t = 0 \; ; \; U_c = E(1 - e^{0}) = 0$

$t \to +\infty \; ; \; U_c = E$

حيث τ : هو الثابت المميز للدارة

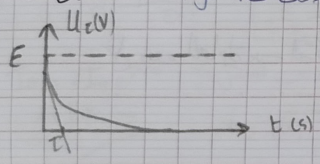
(ت. التفريغ) : $U_c + U_{R_1} + U_{R_2} = 0$

$U_c + R_{eq} \cdot i = 0$

حيث : $\boxed{\tau' = R_{eq} \cdot C}$

$$\frac{1}{\tau'} U_c + \frac{dU_c}{dt} = 0$$

حل هذه المعادلة يكون من الشكل : $U_c = E e^{-t/\tau'}$



$t = 0 \; ; \; U_c = E$

$t \to +\infty \; ; \; U_c = 0$

بدلالة الشحنة :

(ت. الشحن) : $U_c + U_R = E \Rightarrow \frac{q}{C} + R \cdot \frac{dq}{dt} = E$

$$\boxed{\frac{1}{\tau} q + \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R}} \Rightarrow \frac{1}{\tau} q + \frac{dq}{dt} = \frac{Q_{max}}{\tau}$$

لأن : في النظام الدائم $q = U_c \cdot C \Rightarrow Q_{max} = CE$

ما العلاقة بين تيار الشحن والتفريغ؟

تيار الشحن يكون موجب الإشارة عكس تيار التفريغ الذي يكون سالب (-كذا)

~~لما زادت شدة التيار انقرضا تصبح سالبة أثناء التفريغ؟~~

لأن الاتجاه الاصطلاحي للإلكترونات يكون معاكس الاتجاه الموجب المختار أثناء الشحن

حل هذه المعادلة من

$$I_{max} = \frac{E}{R_1}$$

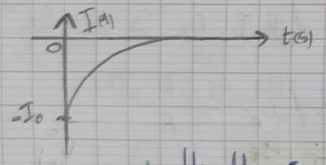
(ج. التفريغ):

$$U_C + U_{R_1} + U_{R_2} = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + R_1 \cdot i + R_2 i = 0$$

$$\frac{1}{C} i + R_1 \frac{di}{dt} + R_2 \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{C} i + R_{eq} \frac{di}{dt} = 0$$

$$\boxed{\frac{1}{\tau'} i + \frac{di}{dt} = 0} \qquad \boxed{\tau' = R_{eq} \cdot C} : \text{حيث}$$

حل هذه المعادلة من الشكل: $I(t) = -I_0 e^{-t/\tau'}$



بدلالة U_R:

(ج. الشحن):

$$U_R + U_C = E \Rightarrow \frac{q}{C} + U_R = E$$

$$i = \frac{U_R}{R}$$

$$U_R = R \cdot i$$

$$\frac{1}{C} \frac{dq}{dt} + \frac{dU_R}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{RC} \cdot U_R + \frac{dU_R}{dt} = 0$$

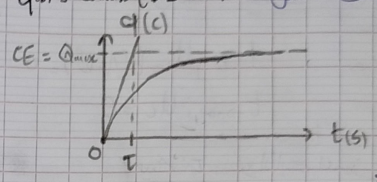
$$\boxed{\frac{1}{\tau} U_R + \frac{dU_R}{dt} = 0}$$

$$q(t) = CE\left(1 - e^{-t/\tau'}\right)$$

أو

$$q(t) = Q_{max}\left(1 - e^{-t/\tau'}\right)$$

حل المعادلة من الشكل:



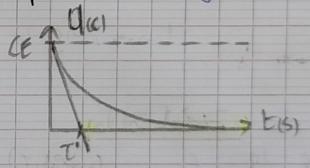
(ج. التفريغ):

$$U_C + U_{R_1} + U_{R_2} = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + R_1 \cdot \frac{dq}{dt} + R_2 \frac{dq}{dt} = 0$$

$$\frac{q}{C} + (R_1 + R_2) \frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + R_{eq} \cdot \frac{dq}{dt} = 0$$

$$\boxed{\frac{1}{\tau'} \cdot q + \frac{dq}{dt} = 0} \qquad \boxed{\tau' = R_{eq} C} : \text{حيث}$$

حل هذه المعادلة من الشكل: $q(t) = CE e^{-t/\tau'}$



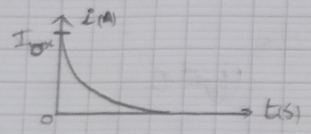
بدلالة شدة التيار i:

(ج. الشحن):

$$U_C + U_R = E \Rightarrow \frac{q}{C} + R \cdot i = E \xrightarrow{\text{بالاشتقاق}} \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} + R \cdot \frac{di}{dt} = 0$$

$$\boxed{\frac{1}{\tau}\cdot i + \frac{di}{dt} = 0}$$

حل هذه المعادلة من الشكل: $I_{(t)} = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$



$$I_{max} = \frac{E}{R_2}$$

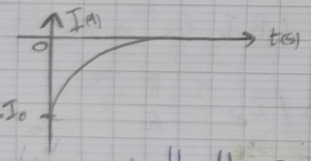
(ج. التفريغ):

$$U_C + U_{R_1} + U_{R_2} = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + R_1 \cdot i + R_2 i = 0$$

$$\frac{1}{C} i + R_1 \frac{di}{dt} + R_2 \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{C} i + R_{eq} \frac{di}{dt} = 0$$

$$\boxed{\frac{1}{\tau'} i + \frac{di}{dt} = 0} \qquad \boxed{\tau' = R_{eq} \cdot C} : \text{حيث}$$

حل هذه المعادلة من الشكل: $I_{(t)} = -I_0 e^{-t/\tau}$



بدلالة U_R:

(ج. الشحن)

$$i \quad U_R + U_C = E \Rightarrow \frac{q}{C} + U_R = E$$

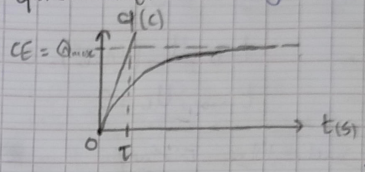
$$i = \frac{U_R}{R} \qquad \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} + \frac{dU_R}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{R_1 C} \cdot U_R + \frac{dU_R}{dt} = 0$$

$$U_{R_1} = R_1 \cdot i$$

$$\boxed{\frac{1}{\tau} U_R + \frac{dU_R}{dt} = 0}$$

$q_{(t)} = CE\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ أو

$q_{(t)} = Q_{max}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$: حل المعادلة من الشكل



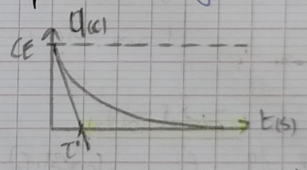
(ج. التفريغ):

$$U_C + U_{R_1} + U_{R_2} = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + R_1 \cdot \frac{dq}{dt} + R_2 \frac{dq}{dt} = 0$$

$$\frac{q}{C} + (R_1 + R_2)\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + R_{eq} \cdot \frac{dq}{dt} = 0$$

$$\boxed{\frac{1}{\tau'} \cdot q + \frac{dq}{dt} = 0} \qquad \boxed{\tau' = R_{eq} C} : \text{حيث}$$

حل هذه المعادلة من الشكل: $q_{(t)} = CE\, e^{-t/\tau}$



بدلالة شدة التيار i:

(ج. الشحن):

$$U_C + U_R = E \Rightarrow \frac{q}{C} + R \cdot i = E \xrightarrow{\text{بالاشتقاق}} \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} + R \cdot \frac{di}{dt} = 0$$

ثابت الزمن τ :

هو الزمن اللازم لبلوغ التوتر بين طرفي المكثفة 63% أثناء الشحن (يمكن تكييفه التعريف حسب التمرين).

$$\tau(s) = R.C$$

التحليل البعدي:

$\tau = RC \qquad [\tau] = [R].[C]$

نعلم أن: $U_R = R.i \Leftarrow R = \frac{U_R}{i} \Leftarrow [R] = \frac{[U]}{[I]}$

ونعلم أن: $i = \frac{dq}{dt} \Leftarrow [C] = \frac{I}{\frac{U}{T}} \Leftarrow [C] = \frac{I}{\frac{dU_C}{dt}}$

$q = C.U_C$

ومنه: $[\tau] = \frac{[U]}{[I]} \cdot \frac{[I][T]}{[U]} = [T] = (s)$

τ متجانس مع الزمن.

الشدة I
التوتر U
الزمن T

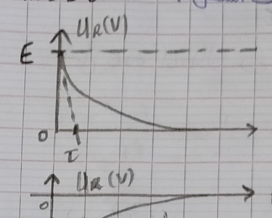
طاقة المكثفة:

$E_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_C^2 \quad / \quad U_C = \frac{q}{C}$

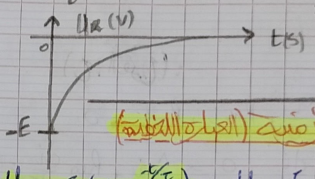
$E_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \frac{q^2}{C^2}$

$E_C = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} = \frac{q^2}{2C}$

حل هذه المعادلة من الشكل: $U_R = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$



لـ التفريغ:



العبارات الزمنية (العبارة اللحظية)

فلأن: $U_C + U_R = E \Rightarrow U_C = E - Ee^{-t/\tau}$

ومنه: $U_R = E - E + Ee^{-t/\tau} \Leftarrow E - U_R = E - Ee^{-t/\tau}$

ومنه: $U_R = Ee^{-t/\tau}$

وبما أن: $U_R = R.I \rightarrow i = \frac{U_R}{R} \quad / \quad R.i = Ee^{-t/\tau} \Rightarrow i = \frac{Ee^{-t/\tau}}{R}$

وبما أن: $I_0 = \frac{E}{R} \Rightarrow E = I_0.R \quad / \quad i = \frac{I_0.R.e^{-t/\tau}}{R}$

$i = I_0 e^{-t/\tau}$

فلأن:

$\cancel{i = \frac{dq}{dt}} \quad / \quad q = C.U_C \quad / \quad \frac{q}{C} = E(1 - e^{-t/\tau})$

$U_C = \frac{q}{C}$

$q = EC(1 - e^{-t/\tau}) \Rightarrow q = Q_{max}(1 - e^{-t/\tau})$

دارة الوشيعة RL

تعريف الوشيعة : تسمى القطعة عبارة عن سلك نحاسي ملفوف عدة لفات.

دورها: تسمح بتطبيق التيار في الدارة.

تحدث فيها ظاهرة التحريض الكهرومغناطيسي عندما يمر فيها تيار متغير.

حقيقية

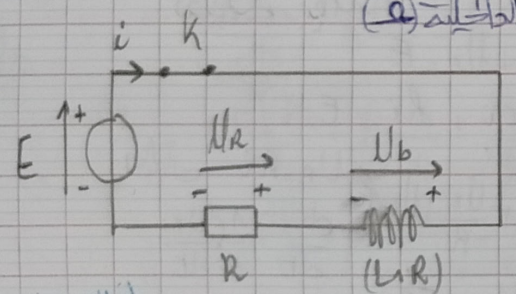
$$u_b = L\frac{di}{dt} + ri$$

L : الذاتية (H) (هنري)

r : المقاومة الداخلية (Ω)

مثالية (r=0)

$$u_b = L\frac{di}{dt}$$



في كتابة المعادلات التفاضلية: (حالة تطبيق التيار)

الشدة i :

$$u_b + u_R = E$$

$$L\frac{di}{dt} + ri + Ri = E$$

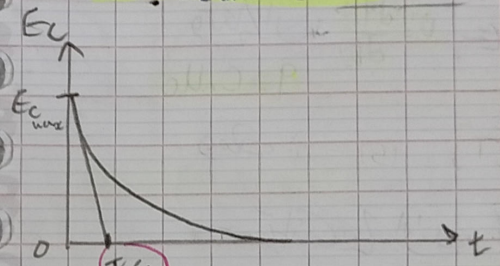
العبارة الزمنية للطاقة:

أثناء التفريغ:

$$E_c = \frac{1}{2}C.[Ee^{-t/\tau}]^2$$

$$E_c = \frac{1}{2}CE^2.(e^{-t/\tau})^2$$

$$E_c = E_{cmax}.[e^{-t/\tau}]^2$$



$$E_{c(\tau)} = E_{cmax}(e^{-\tau/\tau})^2$$

$$E_{c(\tau)} = 0,13.E_{cmax}$$

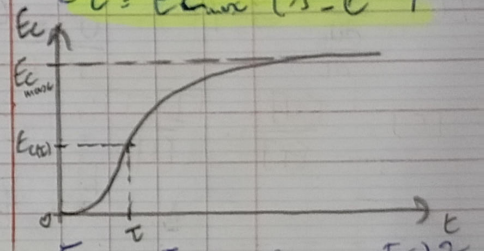
أثناء الشحن:

$$E_c = \frac{1}{2}C.[E(1-e^{-t/\tau})]^2$$

$$E_c = \frac{1}{2}C.E^2.(1-e^{-t/\tau})^2$$

بما أن $u_{c_{max}} = E$:

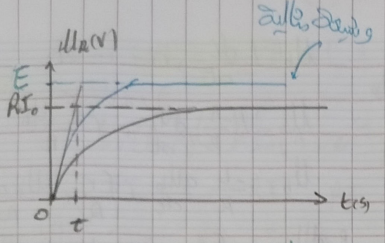
$$E_c = E_{cmax}(1-e^{-t/\tau})^2$$



$$E_{c(\tau)} = E_{cmax}(1-e^{-\tau/\tau})^2$$

$$E_{c(\tau)} = 0,4\,E_{cmax}$$

$RI_0 = R\frac{E}{R+r}$



بدلالة U_b :

$$U_b + U_R = E$$

$U_R = Ri$

$\frac{dU_R}{dt} = R\frac{di}{dt}$

$\frac{di}{dt} = \frac{U_b - ri}{L}$

$I = \frac{U_R}{R}$

$$\frac{dU_b}{dt} + \frac{dU_R}{dt} = 0$$

$$\frac{dU_b}{dt} + R\frac{U_b - ri}{L} = 0$$

$$\frac{dU_b}{dt} + R\frac{U_b}{L} - \frac{Rri}{L} = 0$$

$$\frac{dU_b}{dt} + R\frac{U_b}{L} - \frac{R}{L}r\frac{U_R}{R} = 0$$

$$\frac{dU_b}{dt} + R\frac{U_b}{L} - \frac{r}{L}(E - U_b) = 0$$

$$\frac{dU_b}{dt} + R\frac{U_b}{L} - \frac{Er}{L} + r\frac{U_b}{L} = 0$$

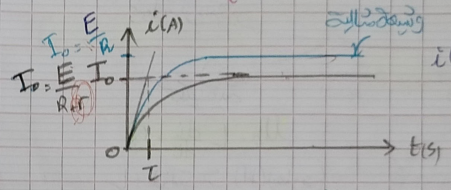
$$\boxed{\frac{dU_b}{dt} + \left(\frac{R+r}{L}\right)U_b = \frac{Er}{L}}$$

$\tau = \frac{L}{R+r}$: و $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = \frac{E}{L}$$

حل هذه المعادلة هي الشكل :

$$i = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$



$i(\tau) = 0{,}37\, I_0$

بدلالة U_R :

$$U_b + U_R = E$$

$$L\frac{di}{dt} + ri + Ri = E$$

$$\frac{L}{R}\frac{dU_R}{dt} + r\frac{U_R}{R} + U_R = E$$

بما أن $U_R = Ri$ ، $\frac{di}{dt} = \frac{1}{R}\frac{dU_R}{dt}$

$$\boxed{\frac{dU_R}{dt} + \frac{R+r}{L}U_R = \frac{ER}{L}}$$

حل هذه المعادلة هي الشكل :

$$U_{R(t)} = RI_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad U_R = Ri$$

$E = I_0(R+r)$

العبارة الزمنية لـ u_b :

$u_b = -u_R + E$

$u_b = I_0(R+r) - RI_0(1-e^{-t/\tau})$

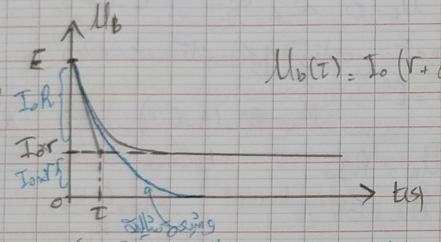
$u_b = RI_0 + I_0 r - RI_0 + RI_0 e^{-t/\tau}$

$u_b = I_0 r + RI_0 e^{-t/\tau}$

$u_b = I_0(r + Re^{-t/\tau})$

$u_b(0) = 0$

$u_b(\tau) = I_0(r + 0{,}37R)$



$\tau = \frac{L}{R}$

حالة وشيعة مثالية : $(r=0)$

م. تفاضلية للشدة i :

$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{E}{R}$ و $I_0 = \frac{E}{R}$

م. تفاضلية u_R :

$\frac{du_R}{dt} + \frac{R}{L} u_R = \frac{ER}{L}$

$RI_0 = \frac{ER}{R}$

$\boxed{RI_0 = E}$

$\begin{cases} u_R + u_b = E \\ u_R = Ri \end{cases}$

$\begin{cases} i = \frac{u_R}{R} = \frac{E-u_b}{R} \\ \frac{di}{dt} = -\frac{1}{R}\frac{du_b}{dt} \end{cases}$

ط2: $u_b = L\frac{di}{dt} + ri$

$u_b = L\left(-\frac{1}{R}\right)\frac{du_b}{dt} + r\frac{E-u_b}{R}$

$u_b = \frac{-L}{R}\frac{du_b}{dt} + \frac{Er}{R} - \frac{u_b r}{R} =$

$\frac{R \times u_b}{-L} = \frac{-Er}{L} + \frac{r}{L}u_b + \frac{du_b}{dt}$

$\boxed{\frac{du_b}{dt} + \left(\frac{R+r}{L}\right)u_b = \frac{Er}{L}}$

ط3: (في حالة لدينا من سؤال سابق معادلة u_R)

$u_R = E - u_b$

$\frac{du_R}{dt} = -\frac{du_b}{dt}$

$\frac{du_R}{dt} + \left(\frac{r+R}{L}\right)u_R = \frac{ER}{L}$

$-\frac{du_b}{dt} + \left(\frac{r+R}{L}\right)(u_b - E) = \frac{ER}{L}$

$\frac{ER}{L} + \frac{du_b}{dt} - \left(\frac{r+R}{L}\right)E + \left(\frac{R+r}{L}\right)u_b = 0$

$\frac{du_b}{dt} + \left(\frac{R+r}{L}\right)u_b = \frac{Er}{L}$

U_b : وشيعة كاذبة U_L : وشيعة مثالية

م.ت ل ط.ل:

$$\frac{dU_b}{dt} + \frac{R}{L} U_b = 0$$

$$U_b = I_0 (R e^{-t/\tau})$$

$$U_b = R I_0 e^{-t/\tau}$$

لما: في النظام الدائم في الوشيعة المثالية $U_R = E$

1) في حالة الوشيعة المثالية: $U_L = L \frac{di}{dt}$

لما $t \to \infty$: $\frac{di}{dt} = 0$ ومنه $U_L = 0$

ومن حسب قانون جمع التوترات: $U_L + U_R = E$

$$U_R = E$$

2) نثبت أن $U_R = R I_0 (1 - e^{-t/\tau})$

في حالة $t \to +\infty$:

$$U_R = R I_0$$

و $I_0 = \frac{E}{R}$

$$U_R = E$$